

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Автоматизация и математическое моделирование в НГК»

Автоматизированные системы научных исследований

Методические указания к выполнению контрольной работы

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Изучение курса “Автоматизированные системы научных исследований” включает:

- а) работу над учебными пособиями;
- б) выполнение контрольных работ;
- в) посещение лекций и консультации по отдельным разделам курса.

После изучения очередной темы курса студент должен уметь ответить на вопросы для самопроверки.

Контрольная работа включает в себя два задания. Вариант задания определяется в соответствии с порядковым номером студента в списке группы.

Задание следует выполнять в порядке ответов на поставленные вопросы варианта. Ответы должны быть краткими, точными.

На страницах текста заданий оставьте поля для замечаний рецензента. В конце выполненного контрольного задания приведите список используемой литературы.

ЗАДАНИЕ 1

Обработка экспериментальных данных при технических прямых и косвенных измерениях

Вариант 1

В результате измерений силы тока цифровым миллиамперметром получен ряд значений: 10,3924 мА, 10,2123 мА, 9,8534 мА, 9,7754 мА, 10,1545 мА, 9,9921 мА.

Определить среднее значение и абсолютную и относительную погрешности силы тока при доверительной вероятности $\alpha=0,95$.

Вариант 2

Прибор для измерения длин волн электромагнитного излучения аттестуется по стандартному излучению $\lambda_{\text{эт}}=546,07$ нм. При семи измерениях получены результаты: 546,06 нм, 546,05 нм, 546,08 нм, 546,07 нм, 546,05 нм, 546,07 нм, 546,06 нм. Оценить систематическую погрешность измерений и ширину доверительного интервала при доверительной вероятности 0,95.

Вариант 3

При измерении времени истечения жидкости через капилляр вискозиметра получено 8 различных значений: 154,1 с; 154,4 с; 154,7 с; 154,8 с; 155,2 с; 154,3 с; 154,3 с; 154,2 с. Проверить, является ли пятое измерение промахом?

Вариант 4

Диаметр цилиндра измерялся пять раз микрометром с приборной погрешностью $\delta = 0,01$ мм. При этом были получены следующие числовые значения: 15,32 мм; 15,31 мм; 15,29 мм; 15,31 мм; 15,32 мм. Требуется определить абсолютную и относительную погрешности измерения диаметра d , а также границы доверительного интервала для заданной доверительной вероятности $\alpha=0,95$.

Вариант 5

Определяется количество выделившегося в химической реакции водорода путем косвенных измерений, количество водорода рассчитывается по уравнению Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \nu RT.$$

В результате измерений получены следующие величины:

$$p = 795 \pm 1 \text{ мм рт.ст.}, T = 293 \pm 0,1 \text{ К}, V = 19,2 \pm 0,1 \text{ мл.}$$

Определить количество водорода и абсолютную погрешность измерений.

Вариант 6

В результате измерений силы тока цифровым миллиамперметром получен ряд значений: 11,1241 мА, 9,3111 мА, 8,9547 мА, 10,8759 мА, 11,1534 мА, 8,8745 мА.

Определить среднее значение и абсолютную и относительную погрешности силы тока при доверительной вероятности $\alpha=0,96$.

Вариант 7

Прибор для измерения длин волн электромагнитного излучения аттестуется по стандартному излучению $\lambda_{\text{эт}}=546,07$ нм. При семи измерениях получены результаты: 546,01 нм, 546,06 нм, 546,03 нм, 546,04 нм, 546,09 нм, 546,07 нм, 546,08 нм. Оценить систематическую погрешность измерений и ширину доверительного интервала при доверительной вероятности 0,95.

Вариант 8

При измерении времени истечения жидкости через капилляр вискозиметра получено 8 различных значений: 154,0 с; 154,2 с; 154,8 с; 154,7 с; 155,4 с; 154,5 с; 154,6 с; 154,1 с. Проверить, является ли пятое измерение промахом?

Вариант 9

Диаметр цилиндра измерялся пять раз микрометром с приборной погрешностью $\delta = 0,01$ мм. При этом были получены следующие числовые значения: 14,17 мм; 14,99 мм; 15,11 мм; 15,31 мм; 15,43 мм. Требуется определить абсолютную и относительную погрешности измерения диаметра

d, а также границы доверительного интервала для заданной доверительной вероятности $\alpha=0,97$.

Вариант 10

Определяется количество выделившегося в химической реакции водорода путем косвенных измерений, количество водорода рассчитывается по уравнению Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \nu RT.$$

В результате измерений получены следующие величины:

$$p = 785 \pm 1 \text{ мм рт.ст.}, T = 291 \pm 0,1 \text{ К}, V = 19,7 \pm 0,1 \text{ мл.}$$

Определить количество водорода и абсолютную погрешность измерений.

Вариант 11

В результате измерений силы тока цифровым миллиамперметром получен ряд значений: 12,0014 мА, 10,3579 мА, 9,1467 мА, 10,9856 мА, 10,7547 мА, 9,0197 мА.

Определить среднее значение и абсолютную и относительную погрешности силы тока при доверительной вероятности $\alpha=0,96$.

Вариант 12

Прибор для измерения длин волн электромагнитного излучения аттестуется по стандартному излучению $\lambda_{\text{эт}}=546,07$ нм. При семи измерениях получены результаты: 546,06 нм, 546,04 нм, 546,05 нм, 546,11 нм, 546,09 нм, 546,07 нм, 546,03 нм. Оценить систематическую погрешность измерений и ширину доверительного интервала при доверительной вероятности 0,95.

Вариант 13

При измерении времени истечения жидкости через капилляр вискозиметра получено 8 различных значений: 154,2 с; 154,4 с; 154,1 с; 154,5 с; 155,3 с; 154,7 с; 154,3 с; 154,9 с. Проверить, является ли пятое измерение промахом?

Вариант 14

Диаметр цилиндра измерялся пять раз микрометром с приборной погрешностью $\delta = 0,01$ мм. При этом были получены следующие числовые значения: 14,27 мм; 14,43 мм; 15,17 мм; 15,41 мм; 15,63 мм. Требуется определить абсолютную и относительную погрешности измерения диаметра d , а также границы доверительного интервала для заданной доверительной вероятности $\alpha=0,97$.

Вариант 15

Определяется количество выделившегося в химической реакции водорода путем косвенных измерений, количество водорода рассчитывается по уравнению Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \nu RT.$$

В результате измерений получены следующие величины:

$$p = 794 \pm 1 \text{ мм рт.ст.}, T = 294 \pm 0,1 \text{ К}, V = 19,9 \pm 0,1 \text{ мл.}$$

Определить количество водорода и абсолютную погрешность измерений.

ЗАДАНИЕ 2

Планирование эксперимента и статистическая обработка его результатов

Исследуется зависимость смазывающих свойств моторного масла от состава и содержания присадки, содержащей три компонента. Спланировать

полный факторный эксперимент, по результатам получить уравнение регрессии, провести проверку воспроизводимости результатов, значимости коэффициентов регрессии, адекватности математической модели.

Вариант	y_1	y_2	y_3
1	-22,21	-19,56	-19,36
	-1,46	-1,28	-1,27
	29,07	25,60	25,34
	17,67	15,56	15,40
	-57,86	-50,96	-50,43
	-46,02	-40,53	-40,11
	58,80	51,79	51,25
	-25,64	-22,58	-22,35
	-22,21	-19,56	-19,36
2	34,42	30,32	30,00
	29,44	25,93	25,66
	-101,32	-89,24	-88,31
	-27,44	-24,17	-23,92
	11,49	10,12	10,01
	-22,19	-19,54	-19,34
	-16,79	-14,79	-14,64
	75,43	66,44	65,75
3	-47,65	-41,97	-41,53
	-5,68	-5,00	-4,95
	78,44	69,08	68,36
	32,49	28,61	28,31
	65,25	57,47	56,87
	-12,60	-11,10	-10,98
	36,23	31,91	31,57
	43,19	38,04	37,65
4	-3,95	-3,48	-3,44
	-41,50	-36,55	-36,17
	-31,41	-27,66	-27,37
	-37,50	-33,02	-32,68
	106,49	93,79	92,81
	-20,46	-18,02	-17,83
	-49,08	-43,23	-42,78
	30,21	26,60	26,33
5	27,15	23,91	23,67
	-96,19	-84,72	-83,83
	14,29	12,59	12,46
	70,48	62,08	61,43
	27,15	23,91	23,67
	31,34		27,31

	5,52	4,86	4,81
	57,45	50,60	50,07
6	54,57	48,06	47,56
	55,68	49,04	48,53
	-11,24	-9,90	-9,80
	26,84	23,64	23,39
	-24,07	-21,20	-20,98
	-25,09	-22,10	-21,87
	-54,69	-48,17	-47,67
	54,96	48,41	47,90
7	76,08	67,01	66,31
	11,03	9,71	9,61
	1,62	1,43	1,41
	27,79	24,48	24,22
	-36,86	-32,47	-32,13
	-1,38	-1,22	-1,20
	30,10	26,51	26,24
	31,93	28,12	27,83
8	28,96	25,50	25,24
	-8,14	-7,17	-7,10
	35,60	31,35	31,03
	-3,43	-3,02	-2,99
	65,08	57,32	56,73
	-59,79	-52,66	-52,11
	-98,38	-86,64	-85,74
	-5,25	-4,62	-4,57
9	13,06	11,51	11,39
	27,70	24,40	24,14
	28,29	24,92	24,66
	-70,84	-62,39	-61,74
	-25,56	-22,51	-22,28
	-57,42	-50,57	-50,05
	12,46	10,98	10,86
	-5,50	-4,85	-4,79
10	23,47	20,67	20,46
	10,15	8,94	8,84
	-46,09	-40,59	-40,17
	-32,46	-28,59	-28,29
	-32,36	-28,50	-28,20
	-35,04	-30,86	-30,54
	57,46	50,60	50,08
	-23,18	-20,41	-20,20
11	64,56	56,86	56,27
	74,33	65,47	64,78
	14,05	12,37	12,24
	-17,59	-15,49	-15,33
	19,23		16,76

	2,59	2,28	2,26
	-33,36	-29,39	-29,08
	33,81	29,78	29,47
12	-8,37	-7,37	-7,29
	108,43	95,50	94,50
	-43,61	-38,41	-38,01
	-26,58	-23,41	-23,16
	6,24	5,50	5,44
	-75,04	-66,09	-65,40
	-28,34	-24,96	-24,70
	22,28	19,62	19,42
13	6,53	5,75	5,69
	-28,34	-24,96	-24,70
	-26,01	-22,90	-22,66
	33,44	29,45	29,15
	-32,90	-28,98	-28,68
	-141,01	-124,19	-122,90
	18,22	16,04	15,88
	19,98	17,60	17,42
14	8,73	7,69	7,61
	39,31	34,63	34,26
	-30,44	-26,81	-26,53
	40,24	35,44	35,07
	33,46	29,47	29,16
	-27,25	-24,00	-23,75
	-4,06	-3,57	-3,54
	39,30	34,61	34,25
15	36,48	32,13	31,79
	-50,80	-44,75	-44,28
	73,14	64,42	63,74
	2,25	1,98	1,96
	-19,40	-17,09	-16,91
	41,15	36,25	35,87
	77,36	68,13	67,42
	33,80	29,77	29,46

Для примера разберем типовую задачу.

Задача

Исследуется зависимость смазывающих свойств моторного масла от состава и содержания присадки, содержащей три компонента. Спланировать полный факторный эксперимент, по результатам получить уравнение регрессии, провести проверку воспроизводимости результатов, значимости коэффициентов регрессии, адекватности математической модели.

Решение

В качестве факторов выбираем содержание (массовая доля) первого компонент в присадке (x_1), содержание второго компонента в присадке (x_2), содержание присадки в масле (x_3). Содержание компонентов в присадке может колебаться от 0% до 100%. Поэтому принимаем для x_1 и x_2 основной уровень 0,5 (50%), интервал варьирования 0,25 (25%). Содержание присадок в масле не превышает 4%. Поэтому в качестве основного уровня x_3 принимаем 0,02 (2%), интервал варьирования 0,01 (1%). Условия проведения эксперимента сведем в таблицу 1.

Таблица 1

Уровни факторов эксперимента

Характеристика	x_1	x_2	x_3
Основной уровень	0,5	0,5	0,02
Интервал варьирования	0,25	0,25	0,01
Верхний уровень	0,75	0,75	0,03
Нижний уровень	0,25	0,25	0,01

В качестве отклика будем рассматривать разницу изменения массы ролика трения, после проведения испытаний в стандартных услови-

ях с маслом с присадкой и изменения массы ролика трения при испытаниях на масляной основе без присадки.

Расширенный план эксперимента представлен в табл.2.

Таблица 2

Расширенный план эксперимента

N	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$
1	+	-	-	-	+	+	+	-
2	+	+	-	-	-	-	+	+
3	+	-	+	-	-	+	-	+
4	+	+	+	-	+	-	-	-
5	+	-	-	+	+	-	-	+
6	+	+	-	+	-	+	-	-
7	+	-	+	+	-	-	+	-
8	+	+	+	+	+	+	+	+

Составляем серии опытов:

1 серия: 1,3,5,7,8,6,4,2;

2 серия: 3,7,6,4,2,1,5,8;

3 серия: 4,2,6,5,3,1,8,7.

Эксперимент спланирован.

Проведем обработку результатов эксперимента и построим уравнение регрессии.

Пусть получены результаты, представленные в табл. 3.

Результаты эксперимента

Номер точки	y_1	y_2	y_3
1	10,88	10,57	13,06
2	23,98	17,85	18,62
3	8,30	11,89	11,13
4	9,39	16,80	10,32
5	10,23	9,60	14,67
6	44,02	40,30	40,76
7	12,25	11,56	17,09
8	27,73	30,80	27,81

Расчет коэффициентов регрессии удобно вести в виде таблицы (табл. 4).

Расчет начинаем с определения значения величин $\overline{y_i}$ и σ_{yi}^2 по зависимостям (2) и (37) соответственно. Результаты представлены в таблице 4.

Проверим воспроизводимость результатов эксперимента (однородность дисперсий). Расчетное значение критерия Кохрена, рассчитанное по зависимости (38), равно $G_p=0,29$. Критическое значение находим по таблицам G -распределения (приложение 3) по числу степеней свободы числителя $f_1=K-1=2$, знаменателя $f_2=N=8$ и доверительной вероятности $\alpha=0,95$, $G_{кр}=0,52$. $G_p < G_{кр}$, следовательно, дисперсии однородны.

Таблица 4

Пример расчета коэффициентов уравнения регрессии

N	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	y_{i1}	y_{i2}	y_{i3}	$\overline{y_i}$	σ^2_{yi}	y_{ip}
1	+	-	-	-	+	+	+	-	10,88	10,57	13,06	11,5	1,84	11,72
2	+	+	-	-	-	-	+	+	23,98	17,85	18,62	20,15	11,15	20,37
3	+	-	+	-	-	+	-	+	8,3	11,89	11,13	10,44	3,58	10,22
4	+	+	+	-	+	-	-	-	9,39	16,8	10,32	12,17	16,28	11,95
5	+	-	-	+	+	-	-	+	10,23	9,6	14,67	11,5	7,63	11,28
6	+	+	-	+	-	+	-	-	44,02	40,3	40,76	41,7	4,12	41,48
7	+	-	+	+	-	-	+	-	12,25	11,56	17,09	13,63	9,09	13,85
8	+	+	+	+	+	+	+	+	27,73	30,8	27,81	28,78	3,07	29
Σxy_i	149,87	55,72	-19,83	41,35	-21,96	34,97	-1,74	-8,13						
a_i	18,73	6,96	-2,48	5,17	-2,75	4,37	0,22	-1,02						
t_i	56,26	20,92	7,44	15,52	8,25	13,13	0,65	3,05						
Значимость	да	да	да	да	да	да	нет	да						

Рассчитываем значения коэффициентов регрессии a_i по зависимостям (40). Результаты представлены в таблице 4.

Проверяем значимость коэффициентов регрессии. Расчетные значения критерия Стьюдента t_i , вычисленные по зависимостям (41)–(43) для каждого коэффициента, приведены в таблице 4. Критическое значение находим по таблице t-распределения (приложение 2) по числу степеней свободы $f=N(K-1)=8(3-1)=16$ и уровню значимости $\alpha=0,95$; $t_{кр}=2,120$. Для коэффициента a_{23} $t_p < t_{кр}$, следовательно, этот коэффициент незначим и может быть приравнен к нулю. Для остальных коэффициентов $t_p > t_{кр}$ и коэффициенты значимы.

Уравнение регрессии в нормированном масштабе факторов имеет вид:

$$y = 18,73 + 6,96x_1 - 2,48x_2 + 5,17x_3 - 2,75x_1x_2 + 4,37x_1x_3 - 1,02x_1x_2x_3$$

Рассчитываем по уравнению значения y_{pi} в каждой точке факторного пространства, результат представлен в таблице 4.

Рассчитываем по зависимостям (43)–(45) значения дисперсии адекватности, дисперсии воспроизводимости и F-критерия Фишера:

$$\sigma_{ad}^2 = \frac{1}{(N-L)} \sum_{j=1}^N (y_{ip} - \bar{y}_j)^2 = 0,19,$$

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_{j=1}^N \sigma_{yj}}{N} = 7,10,$$

$$F_p = \frac{\sigma_{ad}^2}{\sigma_y^2} = 0,03.$$

Критическое значение критерия Фишера $F_{кр}$ находим по таблице F-распределения (приложение 4) по числу степеней свободы числите-

ля $f_1 = K(N-L) = 3(8-6) = 6$, знаменателя $f_2 = N(K-1) = 8(3-1) = 16$ и уровню значимости $\alpha = 0,95$. $F_{кр} = 2,74$. Так как $F_p < F_{кр}$, математическая модель признается адекватной.

Переводим математическую модель в натуральный масштаб:

$$\begin{aligned} y &= 18,73 + 6,96x_1 - 2,48x_2 + 5,17x_3 - 2,75x_1x_2 + 4,37x_1x_3 - 1,02x_1x_2x_3 = \\ &= 18,73 + 6,96 \cdot \left(\frac{\tilde{x}_1 - 0,5}{0,25} \right) + 5,17 \cdot \left(\frac{\tilde{x}_2 - 0,5}{0,25} \right) + 5,17 \cdot \left(\frac{\tilde{x}_3 - 0,02}{0,01} \right) - \\ &- 2,75 \cdot \left(\frac{\tilde{x}_1 - 0,5}{0,25} \right) \left(\frac{\tilde{x}_2 - 0,5}{0,25} \right) + 4,37 \cdot \left(\frac{\tilde{x}_1 - 0,5}{0,25} \right) \left(\frac{\tilde{x}_3 - 0,02}{0,01} \right) - \\ &- 1,02 \cdot \left(\frac{\tilde{x}_1 - 0,5}{0,25} \right) \left(\frac{\tilde{x}_2 - 0,5}{0,25} \right) \left(\frac{\tilde{x}_3 - 0,02}{0,01} \right). \end{aligned}$$

После математических преобразований уравнение регрессии примет вид:

$$y = 14,07 - 1,44\tilde{x}_1 - 4,24\tilde{x}_2 - 765\tilde{x}_3 - 11,36\tilde{x}_1\tilde{x}_2 + 2564\tilde{x}_1\tilde{x}_3 + 816\tilde{x}_2\tilde{x}_3 - 1632\tilde{x}_1\tilde{x}_2\tilde{x}_3$$

.

Задача решена.